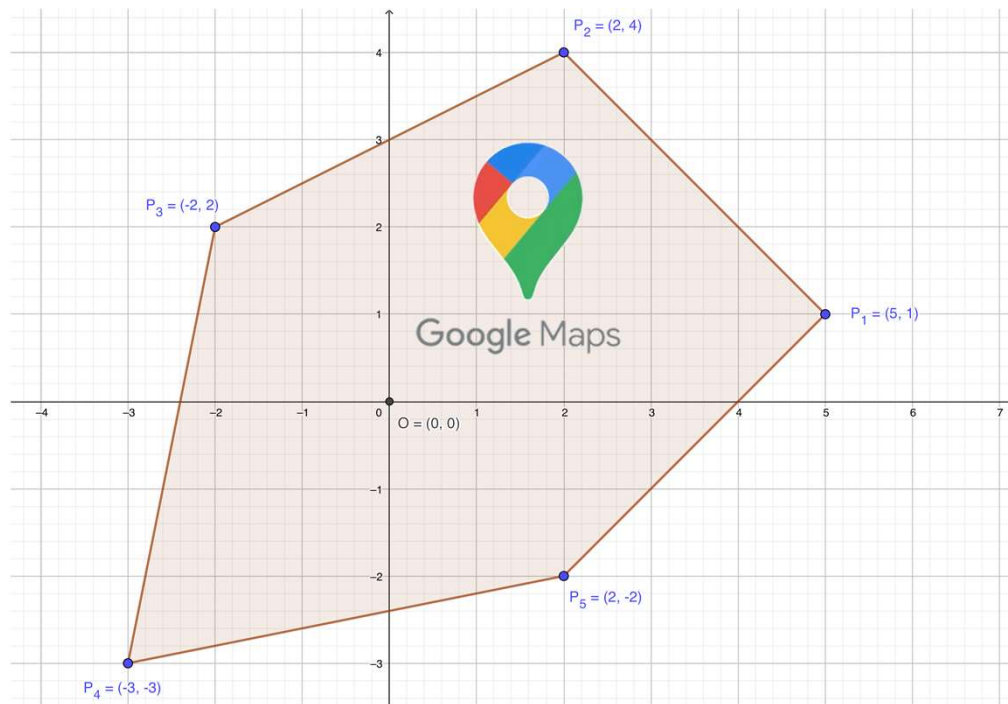


HERLEITUNG GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

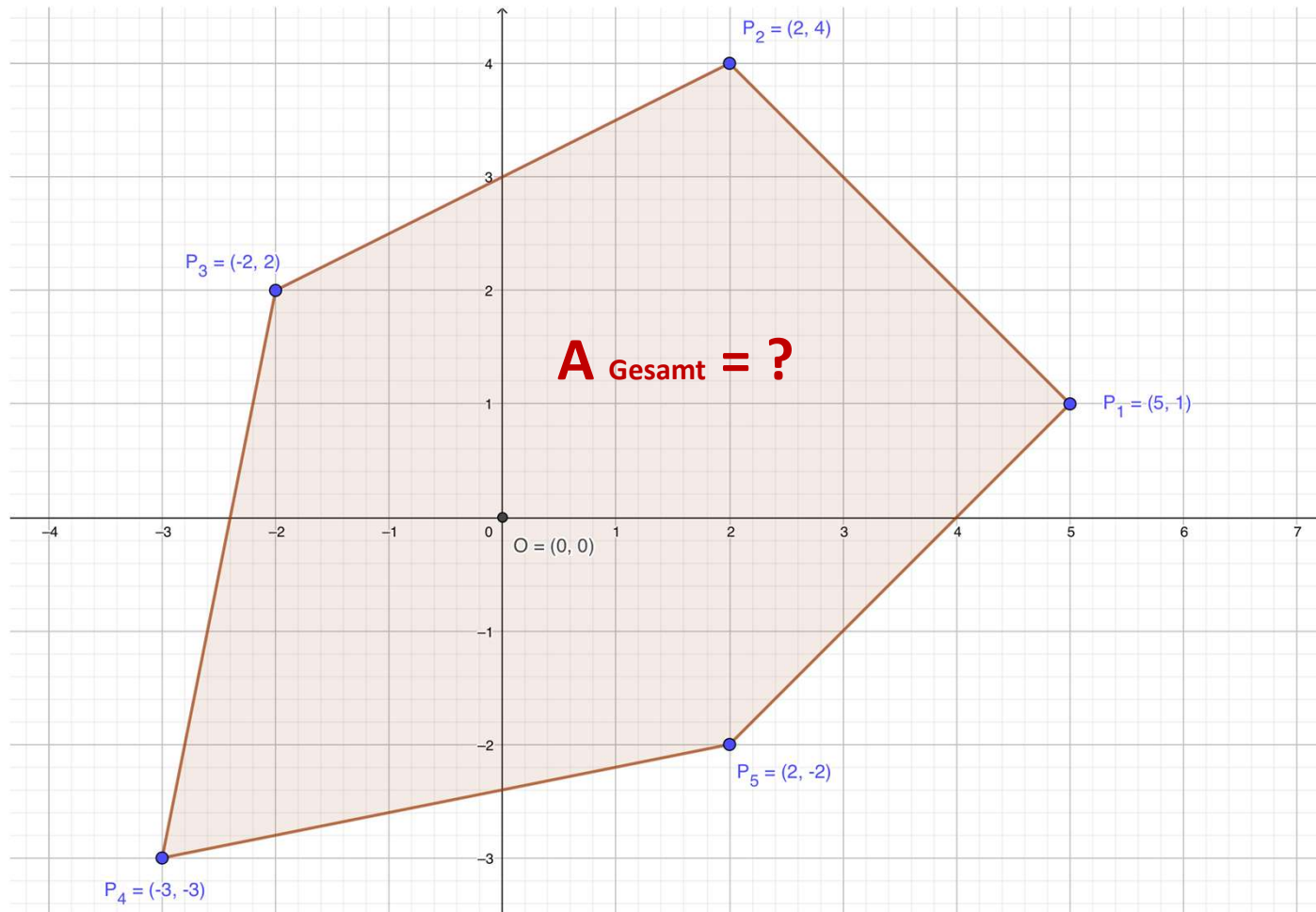
$$A_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_{i+1} - y_i \cdot x_{i+1}) \right)$$



Vertonung der mathematischen Herleitung von XXXXX und YYYYYY
Klasse 9b, Schuljahr 2020/21, Friedrich-Gymnasium Freiburg

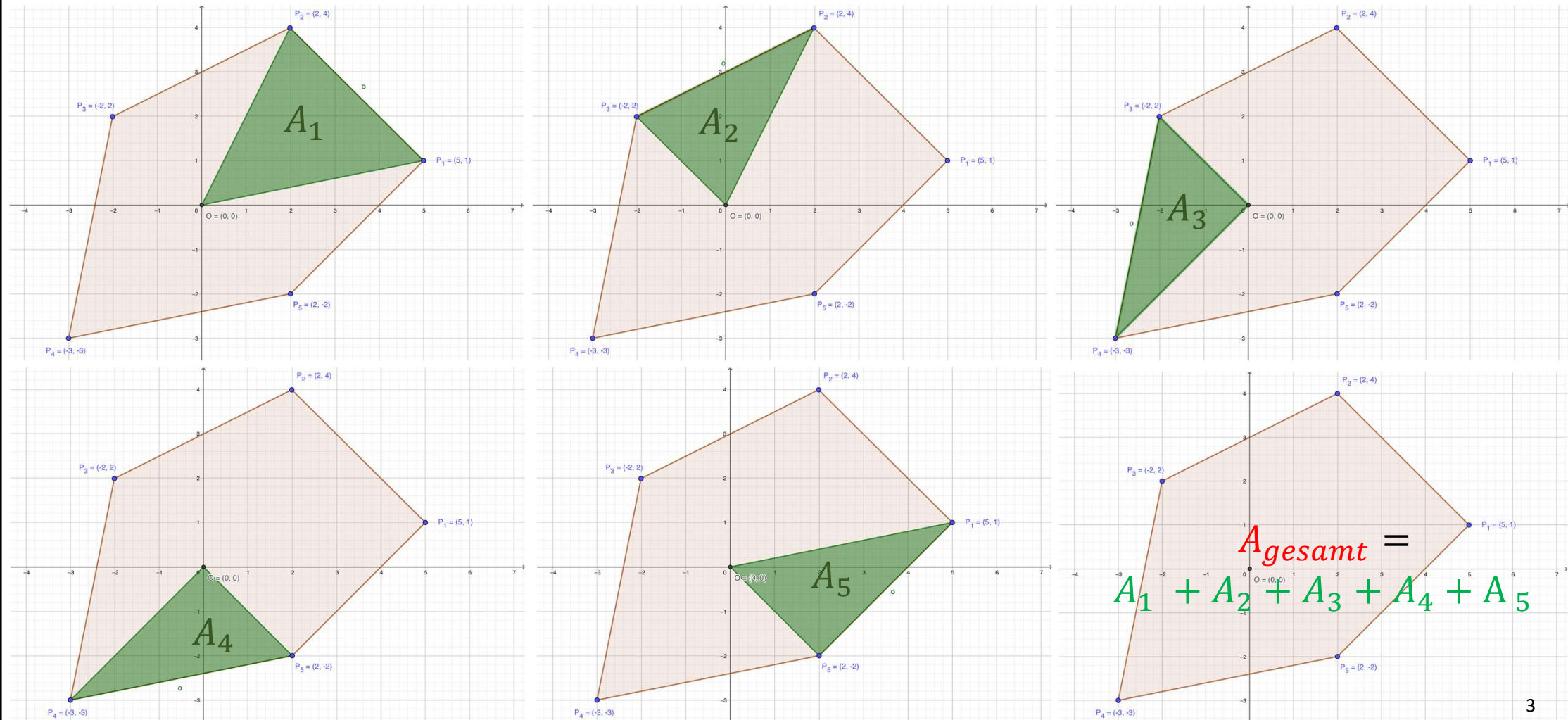
HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

ZIEL: BERECHNUNG EINER BELIEBIGEN FLÄCHE **A_{GESAMT}**



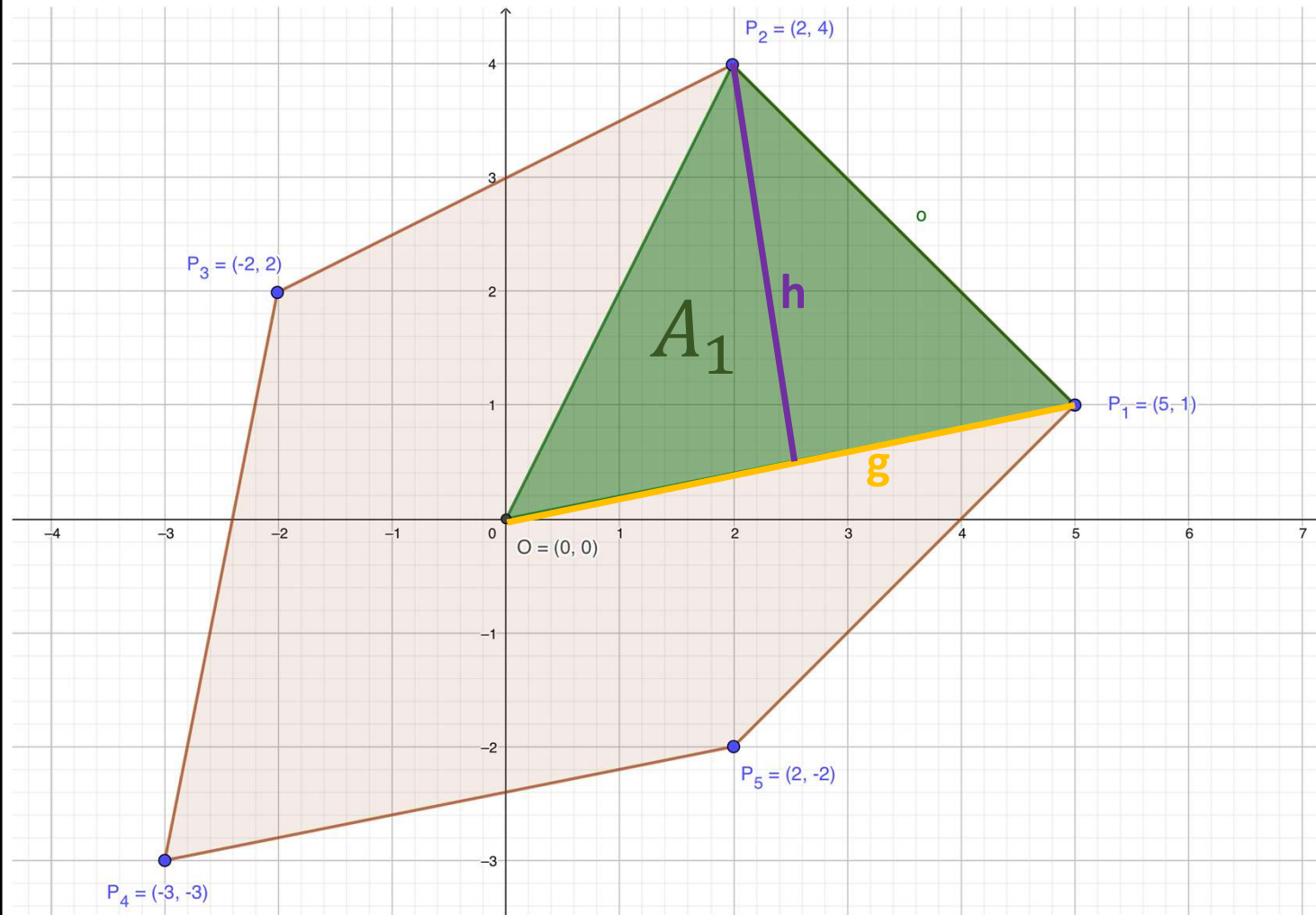
HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

TRICK: AUFTEILUNG VON A_{GESAMT} IN EINZELNE DREIECKE



HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

BERECHNUNG: FLÄCHE DREIECK A_1



$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Kompliziert:

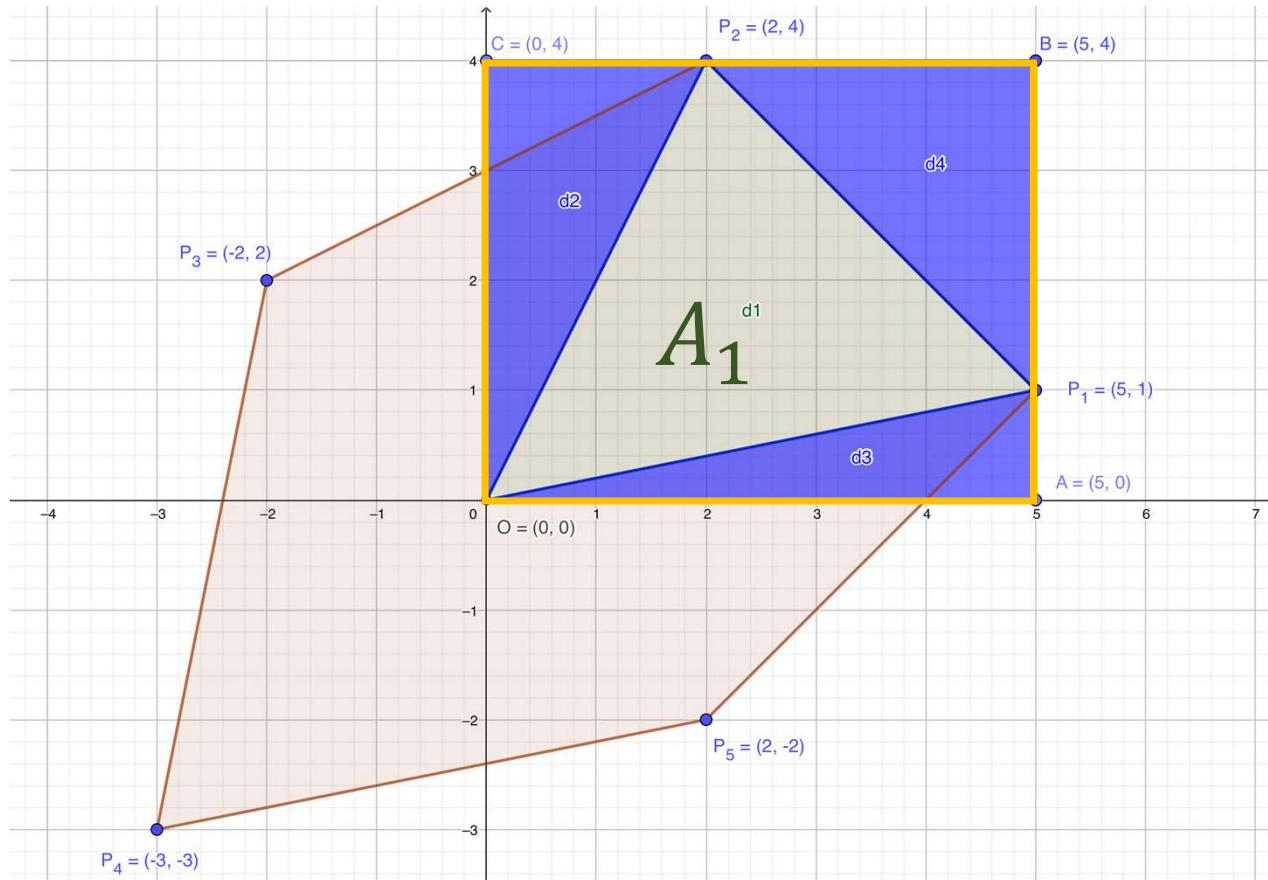
Berechnung Streckenlängen
 g und h

Einfacher:

Berechnung mit den
x- und y- Werten der Punkte
 P_1 und P_2 des Dreiecks

HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

TRICK: FLÄCHE A_1 AUF EINE ANDERE ART BERECHNEN



$$A_1 = A_{\text{Rechteck}} - A_{d2} - A_{d3} - A_{d4}$$

HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

BERECHNUNG: FLÄCHE A_1 MIT ZAHLEN

$$A_1 = A_{\text{Rechteck}} - A_{d2} - A_{d3} - A_{d4}$$

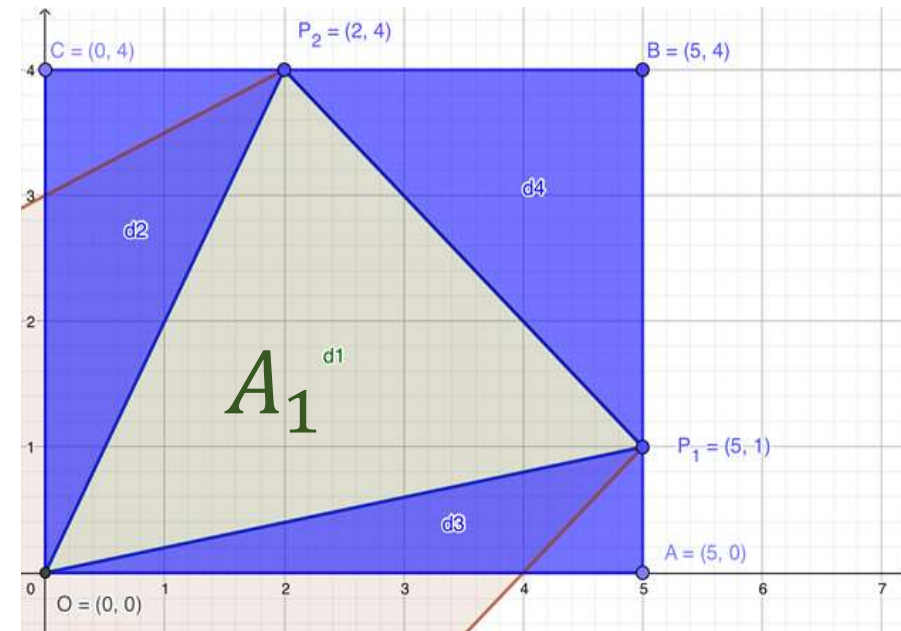
$$A_1 = l \cdot b - \frac{1}{2} l_2 \cdot b_2 - \frac{1}{2} l_3 \cdot b_3 - \frac{1}{2} l_4 \cdot b_4$$

$$A_1 = 5 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot (5 - 2) \cdot (4 - 1)$$

$$A_1 = 20 - \frac{1}{2} \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 5 - \frac{1}{2} (3) \cdot (3)$$

$$A_1 = 20 - 4 - 2,5 - 4,5$$

$$A_1 = 9 \text{ FE}$$



HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

HERLEITUNG: EINFACHE FORMEL FLÄCHE **DREIECK A_1**

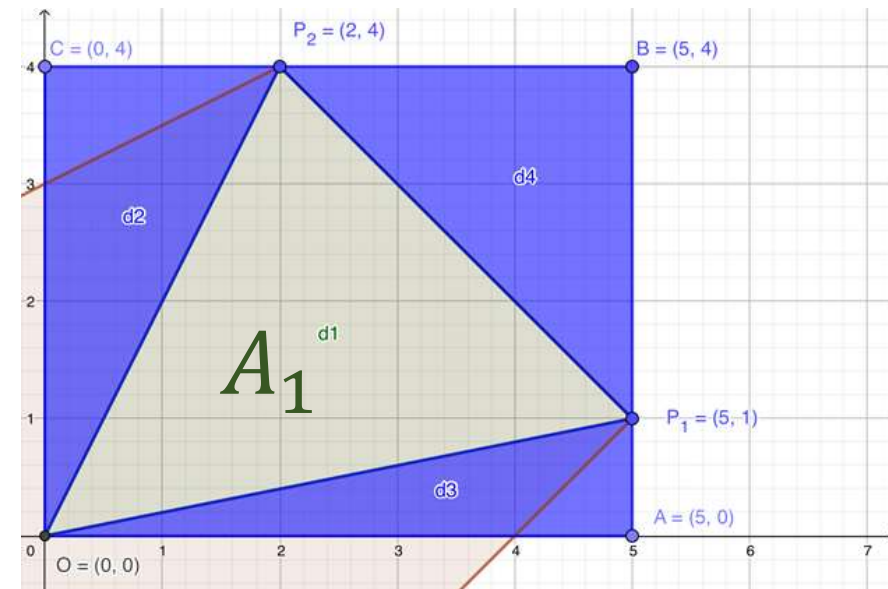
$$A_1 = A_{\text{Rechteck}} - A_{d2} - A_{d3} - A_{d4}$$

$$A_1 = x_1 \cdot y_2 - \frac{1}{2} \cdot x_2 \cdot y_2 - \frac{1}{2} \cdot x_1 \cdot y_1 - \frac{1}{2} \cdot (x_1 - x_2) \cdot (y_2 - y_1)$$

$$A_1 = x_1 \cdot y_2 - \frac{1}{2} \cdot x_2 \cdot y_2 - \frac{1}{2} \cdot x_1 \cdot y_1 - \frac{1}{2} (x_1 \cdot y_2 - x_1 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1)$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot x_1 \cdot y_2 - \frac{1}{2} x_2 \cdot y_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)$$



HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

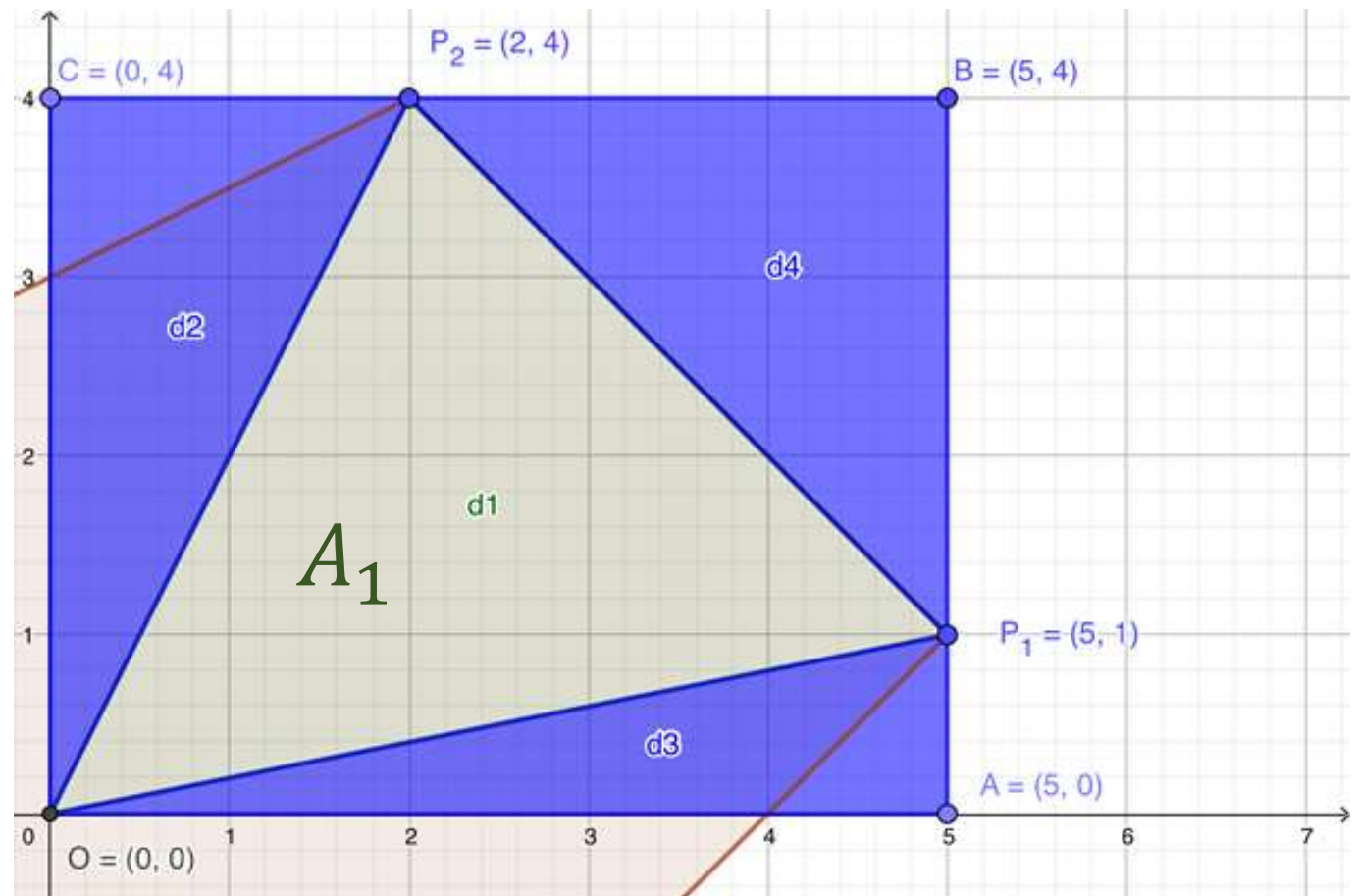
WERTE EINSETZEN: FLÄCHE A_1 MIT DER FORMEL

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4 - 2 \cdot 1)$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (20 - 2)$$

$$A_1 = 9 \text{ FE}$$



HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

FLÄCHE A_{GESAMT} MIT DER FORMEL

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot (x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2)$$

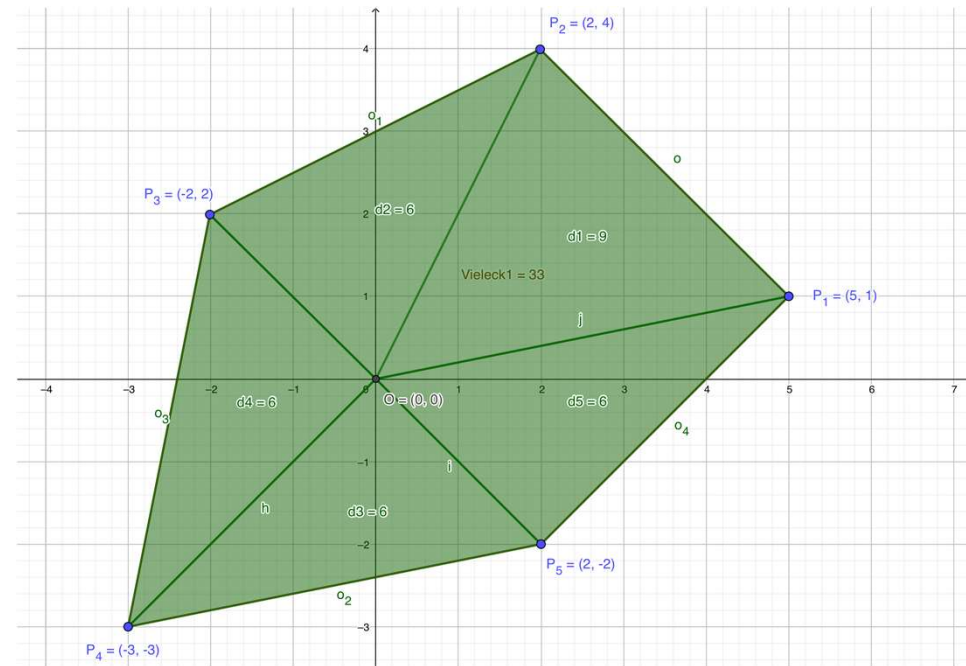
$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot (x_3 \cdot y_4 - x_4 \cdot y_3)$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot (x_4 \cdot y_5 - x_5 \cdot y_4)$$

$$A_5 = \frac{1}{2} \cdot (x_5 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_5)$$

$$A_{\text{gesamt}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

Punkt P _i	x _i	y _i	A _i
P ₁	x ₁ = 5	y ₁ = 1	A ₁ = 9 FE
P ₂	x ₂ = 2	y ₂ = 4	A ₂ = 6 FE
P ₃	x ₃ = -2	y ₃ = 2	A ₃ = 6 FE
P ₄	x ₄ = -3	y ₄ = -3	A ₄ = 6 FE
P ₅	x ₅ = 2	y ₅ = -2	A ₅ = 6 FE
P ₆ = 1	x ₁ = 5	y ₁ = 1	-
			A _{ges} = 33 FE



HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

HERLEITUNG: EINFACHE FORMEL FÜR A_{gesamt}

$$A_{gesamt} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

$$A_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) + \frac{1}{2} \cdot (x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2) + \frac{1}{2} \cdot (x_3 \cdot y_4 - x_4 \cdot y_3) + \frac{1}{2} \cdot (x_4 \cdot y_5 - x_5 \cdot y_4) + \frac{1}{2} \cdot (x_5 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_5)$$

$$A_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^5 (x_i \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_i) \right)$$

$$A_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^5 (x_i \cdot y_{i+1} - y_i \cdot x_{i+1}) \right)$$

Merkregel zur Rechnung:

Multiplikation der Koordinaten der Punkte wie bei einem Schuhband immer über Kreuz



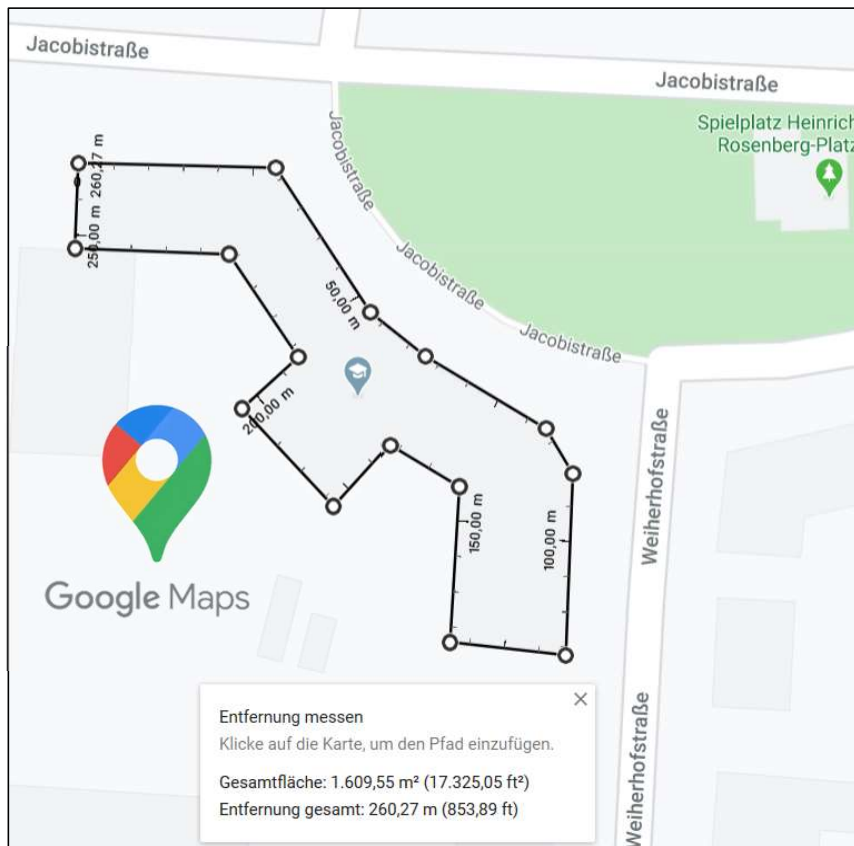
Punkt P _i	x _i	y _i	A _i
P ₁	x ₁ = 5	y ₁ = 1	A ₁ = 9 FE
P ₂	x ₂ = 2	y ₂ = 4	A ₂ = 6 FE
P ₃	x ₃ = -2	y ₃ = 2	A ₃ = 6 FE
P ₄	x ₄ = -3	y ₄ = -3	A ₄ = 6 FE
P ₅	x ₅ = 2	y ₅ = -2	A ₅ = 6 FE
P ₆ = 1	x ₁ = 5	y ₁ = 1	-
			A _{ges} = 33 FE



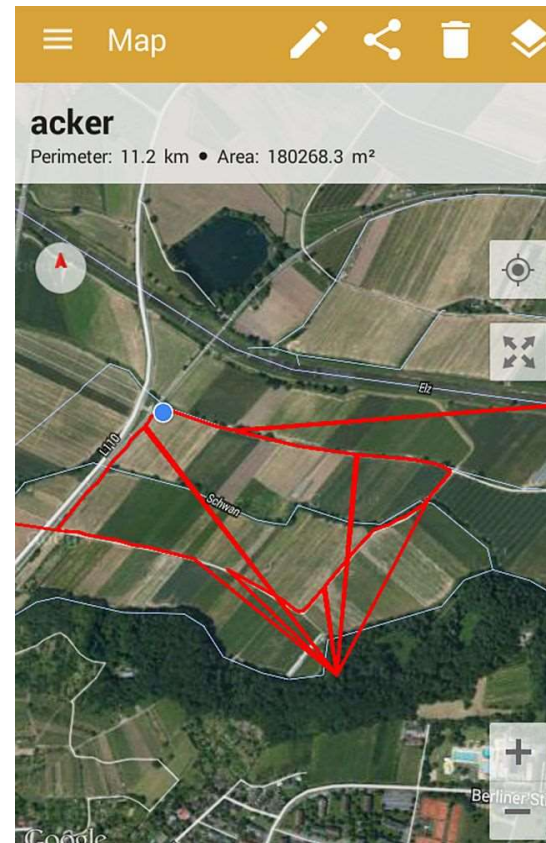
HERLEITUNG: GAUß'SCHE SCHUHBANDFORMEL

ANWENDUNG DER FORMEL

$$A_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_{i+1} - y_i \cdot x_{i+1}) \right)$$



Fläche der Schule mit Google Maps



GPS-Flächenmessung: Zahlreiche Apps



DANKE FÜR EURE AUFMERKSAMKEIT!

